

LA PROBABILIDAD Y LA ESTADÍSTICA EN LA CONSTRUCCIÓN DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DEL NIÑO PREESCOLAR

Adriana Ramos Córdova, Ana María Ojeda Salazar
Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav
aramosc@cinvestav.mx, amojeda@cinvestav.mx

(México)

Resumen. Esta investigación, en curso y cualitativa, trata la introducción de nociones de probabilidad y de estadística en la educación preescolar mexicana, la comprensión de los niños de esas nociones resultante de su enseñanza y a qué otras de sus nociones matemáticas favorece el proceso. Sus referentes teóricos consideran las ideas fundamentales de estocásticos para el currículum y el origen de la idea de azar en el niño; el cognitivo, el rol de la intuición en la adquisición de nociones de estocásticos; el social, el rol de la interacción en el aula en esa adquisición. Su primera fase examina la propuesta institucional para preescolar; la segunda, la docencia y su formación y, la tercera, la enseñanza de estocásticos en un aula con 25 niños de 3 a 4 años de edad y otra con 30 niños de 5 años. Los resultados indican que para la educación preescolar no se considera el valor formativo de su estudio, no obstante que los niños son sensibles a las ideas de azar y de probabilidad y que la docencia requiere formación en estocásticos.

Palabras clave: educación preescolar, estocásticos, docencia

Abstract. This ongoing and qualitative research examines how to introduce ideas of probability and statistics in Mexican preschool education, children's understanding of these ideas after their teaching and if other mathematical notions are favored in the process. Its theoretical framework considers the fundamental ideas of stochastics for the curriculum and the origin of the idea of chance in children, the role of intuition in the acquisition of notions of stochastics and the role of interaction in the classroom in such acquisition. The first of its three phases examines the institutional proposal for preschool, the second, the teachers' training and the third, the teaching practice of stochastics in a classroom with 25 children 3-4 years old and another with 30 children aged 5 years. The findings show that the teachers require training and updating in stochastics and that preschool education neglects the formative value of stochastics, although children are sensitive to the ideas of chance and probability.

Key words: preschool, stochastics, teaching

Introducción

A 35 años del señalamiento de Fischbein (1975) de que en general la educación no otorga al tema de estocásticos la relevancia que reviste, ni por sus aplicaciones ni por el valor formativo de su estudio, esta situación prevalece en nuestro país (por ejemplo, Limón, 1995; Flores, 2009). Por ello, esta investigación plantea: ¿Cómo introducir nociones de probabilidad y de estadística en la enseñanza de preescolar?; ¿Cuál es la comprensión de los niños de esas nociones resultante de la enseñanza?; ¿Qué otras nociones matemáticas se favorecen con la enseñanza de estocásticos?

Perspectiva teórica

La investigación se rige por tres ejes teóricos:

El eje epistemológico. Según la propuesta de Heitele (1975) de ideas fundamentales de estocásticos como guía en un curriculum en espiral, esas ideas son necesarias desde los niveles iniciales de la educación hasta los superiores, para garantizar su continuidad y convertir la comprensión intuitiva en la formal. El autor propone el uso de modelos en la simulación y reproducción de una situación azarosa, de modo que los niños desde temprana edad tengan experiencias con fenómenos aleatorios organizados. Heitele propone como ideas fundamentales para la educación en estocásticos las de: medida de probabilidad, espacio muestra, regla de la adición, regla del producto e independencia, equidistribución y simetría, combinatoria, modelo de urna y simulación, variable estocástica (variable aleatoria), ley de los grandes números y muestra. Los estudios de Piaget e Inhelder (1951) sobre el origen de la idea de azar en el niño y la construcción de estructuras lógicas de su pensamiento señalan a las operaciones de combinatoria como el origen de la noción de probabilidad. Los autores obtuvieron este resultado al interrogar a niños de 4 a 16 años respecto a la mezcla aleatoria, irreversible, que les presentaron con una bandeja diseñada para balancearse, que en reposo y en su lado más bajo perpendicular a la dirección del balanceo, contenía canicas separadas en dos colores. Al balancear la bandeja sucesivamente, las canicas van entremezclándose y sus distintas posiciones, al cabo de cada balanceo, son el punto de partida para analizar la posibilidad del regreso a su estado inicial. Aquí es donde se identifica el origen en el pensamiento del niño de la noción de probabilidad mediante la inducción y el cambio.

El eje cognitivo. Fischbein (1975) destaca el papel del enfoque frecuencial en el pensamiento probabilístico. El autor señala que un niño pequeño, al igual que un adulto, es capaz de predecir y anticipar el evento más frecuente y hace uso de esa condición experimental. Él descubre que en los niños preescolares existe la intuición primaria de la estimación del azar, pues responden correctamente a preguntas relativas a ella, por lo que comprenden el problema y sus respuestas expresan juicios probabilísticos (p. 120).

Para Fischbein, la intuición es una parte integral del funcionamiento de la inteligencia; es una adquisición cognitiva que interviene directamente en la práctica de la acción mental, por su inmediatez, su globalidad, su capacidad exploratoria, estructuralidad y por ser evidente en sí misma. Las intuiciones primarias son adquisiciones que se derivan de la experiencia individual, sin la necesidad de alguna enseñanza sistemática.

Estas intuiciones pueden ser de afirmación, que subyacen al conocimiento del mundo externo y pueden ser aceptadas como evidencias; y de anticipación, que son las construcciones mentales que anticipan en forma global la solución a un problema antes de conocer en detalle la solución. Fischbein afirma que para el niño de preescolar lo aleatorio es lo impredecible, lo

reduce a lo deducible, pero distorsiona esas interpretaciones por las características de su inteligencia: a) su subjetivismo, porque el niño confunde lo aleatorio con lo arbitrario; b) su inducción pasiva, pues el niño juzga los hechos con base en los hechos recientes y no con base en un esquema deductivo; c) el niño piensa que los eventos aleatorios pueden ser controlados por quienes lo originan; d) la distinción entre lo aleatorio y lo necesario es inestable en ausencia de un sistema operacional deductivo.

El eje social. La constitución del conocimiento se deriva de las relaciones entre los individuos y con su entorno. Steinbring (1991) propone “reconstruir el significado del conocimiento matemático [ya] construido en el salón de clases, y entender su relación con las condiciones sociales y las convenciones de enseñanza y aprendizaje” (p. 9) en el aula, con el fin de no dejar el estudio y desarrollo de estocásticos en el proceso de enseñanza como una mera reproducción informativa de la aplicación de un fenómeno aleatorio y reducir así ese proceso a sólo una convención metódica. El autor sostiene que el desarrollo del conocimiento requiere de una estructura de retroalimentación interactiva para verificar, mejorar y modificar la comprensión que los individuos tienen de los conceptos matemáticos, que transgrede a la subjetividad reducida de los conocimientos. De esta manera, afirma, se reducen los errores en la comprensión del concepto matemático, y se establece un balance apropiado entre los aspectos objetivos y subjetivos en la enseñanza, el aprendizaje y la comprensión.

Métodos y organización

La investigación, *en curso*, responde a la dialéctica que se establece entre el escenario empírico, sus resultados y los referentes teóricos consecuentes; sus preguntas y su objetivo se van precisando y consolidando a lo largo de su desarrollo (véase <http://www.matedu.cinvestav.mx/~cognicion/extras/SAPI08-Calendario.pdf>).

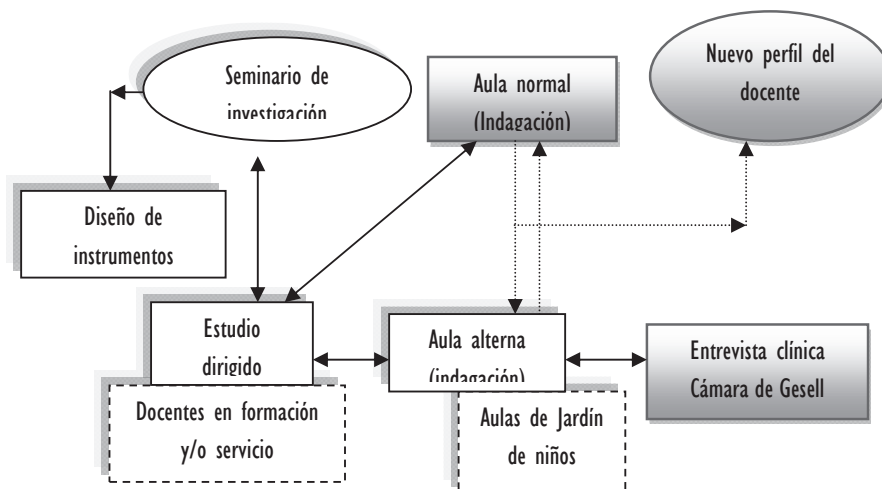


Figura 1. Órgano operativo de la investigación.

Los espacios para la investigación se organizan según el “órgano operativo de la investigación” (Ojeda, 2006, p. 204) más el de entrevista clínica (véase la Figura 1).

Del seminario de investigación emanan los fundamentos teóricos y las estrategias a poner en juego. El estudio dirigido a la docencia sobre estocásticos y su enseñanza lo conduce la investigadora. El aula alterna es el escenario donde se conjugan la docencia y la investigación. En el aula normal la docente indaga sobre su enseñanza. Aquí nos referimos sólo al aula alterna en el marco institucional de la educación preescolar.

La investigación consta de tres fases (véase la Figura 2). La primera fase, *documental*, examina la propuesta institucional, con el fin de identificar lo que insinuaría una orientación hacia los conceptos de estocásticos. La segunda fase, de *experienciación* (Maturana, 1995) y de *entrevista*, se enfoca en la docencia de preescolar y en su formación en estocásticos. La tercera fase, de *experienciación* también y de *bitácora*, examina la enseñanza de temas de estocásticos en el aula y, mediante la *entrevista clínica* (Piaget e Inhelder, 1951), incursiona en la comprensión de las ideas de azar y de probabilidad del niño resultante de su enseñanza; los resultados permitirán ponderar la introducción de estocásticos en este nivel educativo. Las técnicas para el registro de los datos recopilados han sido las matrices, la videograbación, la audiograbación y las transcripciones respectivas, las notas de bitácoras escritas en papel y las hojas de control para obtener las evidencias en papel y lápiz asentadas por los niños. De forma correspondiente con los espacios tratados aquí (indicados con fondo blanco en la Figura 1), nos restringiremos a la primera fase, al inicio de la segunda fase y al aula alterna en la tercera fase (véase la Figura 2).

Resultados

Primera fase. Se examinaron el Programa de Estudios de la Licenciatura en Educación Preescolar 1999, el Programa de Educación Preescolar 1982 y 2004 y los libros de texto de matemáticas de primer grado de primaria pública 2008 y 2010. Para este examen se utilizó la célula de análisis de la enseñanza (Ojeda, 2006; véase la Figura 2). El análisis de esta propuesta se resume en la Figura 2 de la página siguiente.

Segunda fase. Nuestro enfoque en la docencia inicio con el diseño de un guión de entrevista para aplicarla individualmente a dos docentes frente a grupo y a dos profesoras adjuntas, las cuatro participantes del proyecto, con la finalidad de obtener datos sobre sus nociones de probabilidad y de estadística, de su identificación de contenidos de estocásticos en el programa de estudios de preescolar y de si los incluían en su práctica cotidiana. La entrevista contenía siete preguntas:

1) ¿Qué es probabilidad?; 2) ¿Qué es estadística; 3) ¿En qué etapa de su formación se enfrentó a problemas de probabilidad y estadística?; 4) ¿Alguna vez ha incluido y desarrollado en su aula

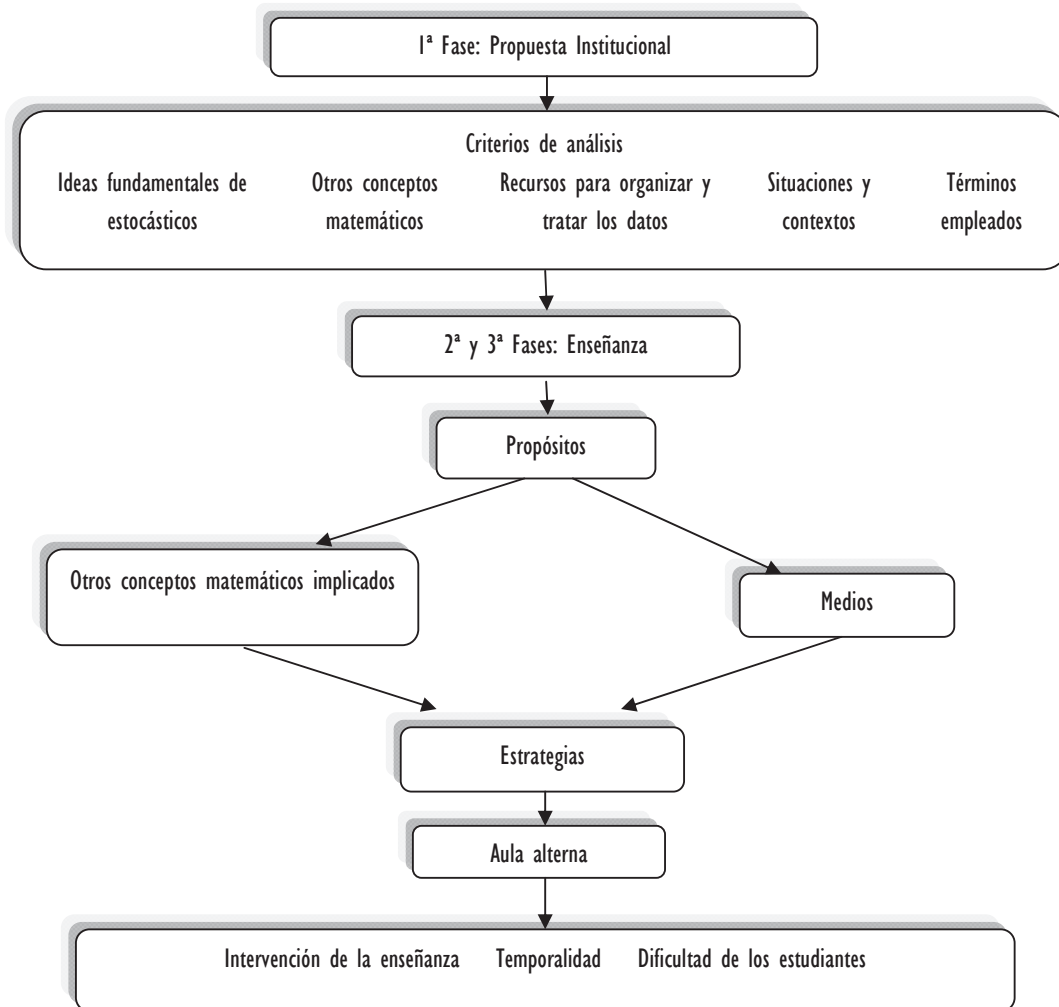


Figura 2. Célula de análisis y fases.

con los niños, actividades de probabilidad y estadística?; 5) ¿Considera pertinente la introducción de conceptos de probabilidad y estadística en este nivel como parte del campo de pensamiento matemático?; 6) ¿De qué manera se podría acercar a los niños pequeños a las nociones de probabilidad y estadística?; y 7) ¿Qué materiales y recursos podría utilizar para introducir probabilidad y estadística en el nivel preescolar?; a las que respondieron de manera semejante. La técnica de registro para la aplicación de la entrevista fue la audiograbación. De la entrevista aplicada a las cuatro docentes resultó su desconocimiento de las competencias o actividades referentes a estocásticos porque estas no son explícitas en el Programa de Preescolar (PEP, 2004). Su práctica no ha incluido a los estocásticos como parte de las matemáticas. Como evidencia se tienen las transcripciones de los audios.

Tercera fase. En el *aula alterna* la enseñanza se dirigió a los niños preescolares con tres actividades aplicadas a dos grupos, uno de segundo con 25 alumnos de entre tres y cuatro años de edad y otro de tercero con 30 niños de cinco años de edad. Cada sesión de aula duró dos horas y la condujo la investigadora, ante la presencia de la docente y de la adjunta, una vez a la semana en cada grupo; el resto de la semana la docente de grupo reforzaba la actividad siguiendo la dinámica expuesta por la investigadora y usando el cuaderno de los niños como hoja de control.

Tabla 1. Análisis de la propuesta institucional.

| Elemento de la propuesta institucional | Ideas fundamentales | Otros conceptos matemáticos | Recursos para organizar y tratar datos | Situaciones y contextos | Términos referentes a estocásticos |
|--|--|---|--|---|---|
| Programa de Lic. en Educación preescolar 1999 | No aparecen de manera explícita | Nociones numéricas, espaciales, de forma y medida | Lengua escrita | Identificar en las acciones de los niños los principios de conteo y su uso de los números. Planteamiento y resolución de problemas | Ninguno |
| Programa de Educación Preescolar 2004 | <i>Pensamiento matemático:</i> Recopilación y organización en histogramas (estadística descriptiva) <i>Conocimiento del mundo:</i> Elaboración de inferencias y predicciones. | Nociones numéricas, medida. | Lengua escrita, tablas, gráficas, registros | Recopilar datos Organizar y registrar Observación de fenómenos naturales | Gráficas, registro, inferencias, predicciones |
| Libro de texto Matemáticas 1er. grado de primaria 2008 | Recopilación y organización de datos en histogramas. Combinaciones | Nociones numéricas, medida. | Lengua escrita, tablas, gráficas, registros, dibujos. | Recopilar datos Organizarlos y registrarlos | Gráficas, registro |
| Libro de texto Matemáticas 1er. grado de primaria 2010 | Combinaciones, espacio muestra. | Colores y técnicas de conteo. | Lengua escrita, tablas, gráficas, registros de datos, dibujos. | Encontrar todas las posibles combinaciones | De cuántas maneras... |

La primera actividad, ya propuesta por Glaymann y Varga (1975, pp. 90-92), se refiere a la suma de los puntos del lanzamiento de dos dados ordinarios, a la anticipación y al registro en tablas de los resultados. La segunda actividad consistió en formar todas las combinaciones posibles de dos objetos (tazas, cuentas, platos, focos y cubos) de cuatro colores distintos. La

tercera actividad adaptó la lección 25 de estadística descriptiva propuesta en el libro de texto gratuito de matemáticas de primero de primaria (SEP, 2008, p. 36) que plantea la recopilación de datos para su organización en gráficas de barras. La Tabla 2 resume la distribución de ideas fundamentales de estocásticos en las actividades presentadas en el aula.

Tabla 2. Distribución de ideas fundamentales en las tres actividades

| Actividad | Ideas fundamentales |
|--------------------------|---|
| Suma de números | Medida de probabilidad, espacio muestra, independencia, combinación de probabilidades, regla de la adición y equidistribución |
| Combinaciones | Combinación, permutación, espacio muestra. |
| “Lo que nos gusta comer” | Distribución de frecuencia, espacio muestra, recolección de datos en estadística descriptiva y organización de la información en histogramas. |

Primera actividad. Los niños anticiparon, en forma oral, la suma de los puntos del lanzamiento de dos dados, los lanzaron, registraron los resultados en tableros (véase la Figura 3) y los confrontaron con sus anticipaciones con la suma más frecuente. Se hizo énfasis en las posibles sumas, en cuáles eran imposibles y porqué.

En la actividad, los niños más grandes (cinco años de edad) empezaron a relacionar los resultados que obtenían de las sumas de puntos y los casos posibles, los imposibles, seguros e igualmente posibles; al inicio lo expresaron como intuición primaria, por ejemplo, “quince no puede caer porque sólo tenemos dos dados y para que salga un quince necesitamos tres dados...”, “puede salir un ocho o un cinco porque cuatro y uno si hay...”; y lo corroboraron con la experiencia y su registro en el tablero provisto. Con esta actividad, los niños más pequeños (tres y medio años) desviaron su atención hacia el evento más frecuente y no al más posible.

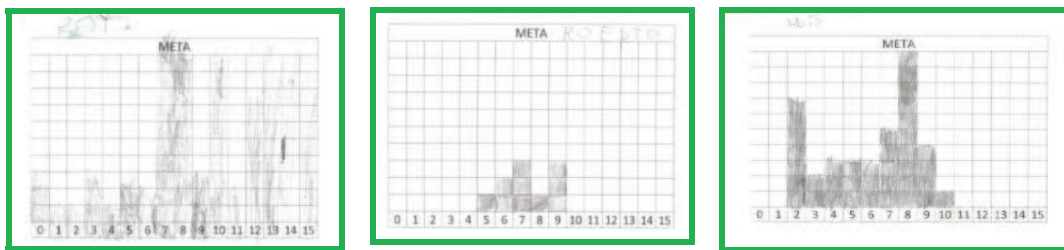


Figura 3. Registro de tres niños de cinco años para la actividad de dados

Segunda actividad. Se proporcionó a los niños, organizados en equipos de seis, una bolsa de juguetes con 100 piezas de cuatro colores diferentes; tenían que exhibir, sin que se repitieran, todas las combinaciones distintas de dos colores. La estrategia de los niños fue acomodar directamente los juguetes y ensayar hasta enlistar todas las posibles combinaciones de dos de

entre los cuatro colores (véase la Figura 4). Ante la identificación de una repetición, algunos niños corrigieron (diez en el grupo de segundo de tres y medio a cuatro años de edad, y quince en el de tercero de cinco años de edad), encontraron todas las combinaciones y propusieron mayor cantidad de colores. De los 25 niños del grupo de 3-4 años de edad, diez, realizaron permutaciones y no combinaciones y no aceptaron correcciones de otros; seis niños más sólo manipularon el material sin atender la consigna de encontrar todas las posibles combinaciones de colores.



Figura 4. Segunda Actividad: grupo de 5 años de edad (izda.), grupo 3-4 años (der.)

Tercera actividad. Se adaptó la lección 25 “Lo que nos gusta comer”, del libro de texto de primero de primaria (SEP, 2008, p. 36), para introducir las ideas de frecuencia y de moda. Ambos grupos registraron datos, de lo que les gustaba comer de entre cinco postres propuestos por los niños, con dibujos los más pequeños y con lengua escrita los mayores (véase la Figura 5). Los niños empezaron a identificar la frecuencia de un evento y 15 de ellos, de cinco años, los mismos que se destacaron en las otras dos actividades, empezaron a atender al número de veces que se escogía cierto alimento, es decir, las veces que se repetía un dato.

Los niños de este grupo asociaron algunos términos de estocásticos con sus experiencias cotidianas, como “moda” a la ropa que más se usa o al juguete o producto que se promociona en los medios de comunicación; la palabra “fenómeno” la asociaron con lo raro, y “frecuencia” con lo que más hacen a diario. Los niños de entre tres y cuatro años no mostraron familiaridad con esos términos ni nociones de cantidad o de número, pero las actividades resultaron para ellos en una iniciación en situaciones azarosas mediante el juego.

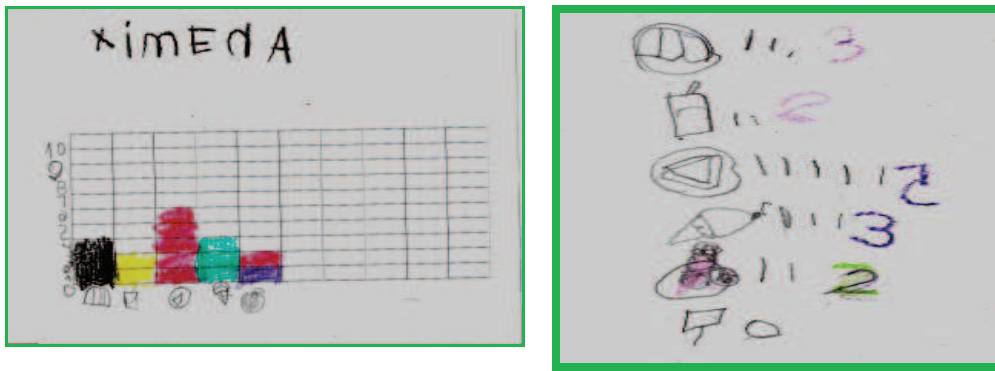


Figura 5. Registros de datos y grafica de una niña de 5 años de edad.

Comentarios

Los resultados sugieren que con una variedad de actividades semejantes a las propuestas aquí se podrían sentar bases para comprender más tarde los conceptos de estocásticos. Para la orientación hacia este tema, con los niños más pequeños se requiere el recurso a materiales concretos en una diversidad de situaciones. Pero es imperativo, también, la formación de la docencia para la enseñanza de estocásticos en el aula de preescolar y reconsiderar el tema para el programa de estudios respectivo.

Referencias bibliográficas

- Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*. Holanda: Reidel.
- Flores, M. P. & Ojeda A. M. (2009) La predicción y el azar en la escuela Primaria, *Memorias del VI congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, pp. 475-480. Puerto Montt, Chile, enero 4 al 9 de 2009.
- Glaymann, M. & Varga T. (1975). *Las probabilidades en la escuela*. Barcelona: Teide.
- Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics* 6, 187-205. Holanda: Reidel.
- Limón, A. (1995). *Elementos para el Análisis Crítico de la Posible Inserción Curricular de Nociones Estocásticas, Ausentes en el programa de Preescolar y Primaria*. Tesis de maestría no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México
- Maturana, H. (1995). *Desde la Biología a la Psicología*. Buenos Aires: Lumen
- Ojeda, A.M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. *Matemática Educativa, treinta años*. (pp. 257-281). México: Santillana.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1951). *La génese de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: PUF

Secretaría de Educación Pública (2008, 2010). *Matemáticas Primer grado*, Libro de texto Gratuito. México: Autor.

Secretaría de Educación Pública (SEP) (1992, 2004). *Programa de Educación Preescolar (PEP)*. México: Autor.

Seminario de Avances de Proyectos de Investigación. (2009) Recuperado el 15 de Agosto de 2009 de <http://www.matedu.cinvestav.mx/~cognicion/extras/SAPI08-Calendarario.pdf>.

Steinbring, H. (1991). The Concept of Chance in Everyday Teaching: Aspects of a Social Epistemology of Mathematical Knowledge. *Educational Studies in Mathematics*. 22, pp. 503-522 . Holanda: Kluwer.